

Rund um den Variationskoeffizienten in einführenden Statistikkursen¹

DAVID TRAFIMOW, USA

¹ Das Original erschien in Teaching Statistics (Volume 36, Number 3, Autumn 2014; S. 81–82).
Originaltitel: On teaching about the coefficient of variation in introductory statistics courses
Übersetzung: R. VEHLING

Zusammenfassung: Die Standardabweichung wird mithilfe des Variationskoeffizienten auf den Mittelwert bezogen. Lehrende in Statistikkursen können durch dieses Vorgehen den Lernenden die Standardabweichung verständlicher vermitteln.

1 Einleitung

In einführenden Statistikkursen gehören das (arithmetische) Mittel sowie die (empirische) Standardabweichung zum Pflichtprogramm. Lernende kommen mit einigen Kenntnissen über den Mittelwert in Statistikkurse. Der Mittelwert ist einfach zu berechnen und Lernende sind damit vertraut, da diese Kenngröße bei der Berechnung des Notendurchschnitts sehr oft eingesetzt wird. Im Gegensatz dazu stellt die Standardabweichung eine größere Herausforderung in einführenden Statistikkursen dar. Die Berechnung

der Standardabweichung ist etwas schwieriger als beim Mittelwert. Aber das ist nicht die eigentliche Herausforderung. Die wahre Herausforderung besteht darin, dass die Lernenden nicht mit der Standardabweichung vertraut sind und wenige Beispiele haben, die sie auf diese Kenngröße beziehen können.

2 Mögliches Vorgehen

Zurück zum Mittelwert. Falls einem Lernenden mitgeteilt wird, dass die durchschnittliche Leistung bei einer Prüfung den Wert 0,85 ergeben hat, kann er diesen Wert auf seine eigene Leistung beziehen. In vielen Klassen, in denen die Standardskala benutzt wird (0,9; 0,8; 0,7; und 0,6 als jeweilige Schwellenwerte für A, B, C und D), folgt daraus, dass die Durchschnittswerte sich im mittleren Bereich von „B“ befinden. Lernende können das fast automatisch sehen. Falls einem Lernenden mitgeteilt wird, dass die durchschnittliche Leistung bei einer Prüfung den Wert 0,55 hat, wird er wahrscheinlich daraus folgern, dass die Prüfung schwer war, zumindest verglichen mit den üblichen Standards.

Im Gegensatz dazu nehmen wir nun an, einem Lernenden wird mitgeteilt, dass die Standardabweichung bei einer Prüfung 0,05 beträgt. Ist dies ein großer oder ein kleiner Wert? Was bedeutet 0,05? Oder nehmen wir den Wert 0,20. Ist dieser Wert groß oder klein? Was bedeutet 0,20?

Da Lernende eine viel bessere intuitive Vorstellung vom Mittelwert als von der Standardabweichung haben, macht es Sinn – falls es möglich ist – einen Weg zu finden, diese beiden Begriffe für die Lernenden zu vernetzen. Natürlich ist dies möglich, und zwar mithilfe des so genannten Variationskoeffizienten C_V , der das Verhältnis aus der Standardabweichung s und dem Mittelwert \bar{x} beschreibt ($C_V = \frac{s}{\bar{x}}$).

Betrachten wir zum Beispiel unter Berücksichtigung der Beschreibenden Statistik einen Test, der von Dr. Nasty und einen anderen Test, der von Dr. Nice konstruiert wurde. Für den Test von Dr. Nasty sind der Mittelwert 0,30 und die Standardabweichung 0,10. Für den Test von Dr. Nice sind der Mittelwert 0,90 und die Standardabweichung 0,15. Ohne Berücksichtigung der Mittelwerte ist es schwierig zu erkennen, ob 0,10 und 0,15 große oder kleine Werte für die entsprechenden Standardabweichungen sind, obwohl es auf der Hand liegt, dass 0,15 eine größere Zahl als 0,10 ist. So könnte man versucht sein zu schließen, dass der Test von Dr. Nasty weniger gut zwischen den Lernenden unterscheidet als der Test von Dr. Nice. Wird andererseits der Variationskoeffizient berücksichtigt, so ergeben sich für die beiden Tests von Dr. Nasty und Dr. Nice die Werte 0,33 beziehungsweise 0,17. Bezogen auf die Größe des Mittelwertes ist der Test von Dr. Nasty differenzierter als der Test von Dr. Nice. Für die Lernenden ist es leicht einsehbar, ob eine Standardabweichung groß oder klein ist. Der Vergleich zweier Standardabweichungen kann aber von den entsprechenden Mittelwerten abhängig sein.

Betrachten wir ein weiteres Beispiel: Die Standardabweichungen der Massen der acht Planeten (Pluto wird nicht mehr als Planet angesehen) haben abhängig von der benutzten Maßeinheit Kilogramm oder Pfund die Maßzahlen $2,74E + 12$ beziehungsweise $6,04E + 12$. Obwohl die beiden Standardabweichungen zahlenmäßig sehr unterschiedlich sind, ergibt sich für den jeweiligen Variationskoeffizienten der gleiche Wert (1,85), wenn zusätzlich die unterschiedlichen Maßzahlen der Massen ($1,48E + 12$ bzw. $3,26E + 12$)

berücksichtigt werden. Auch dieses weitere Beispiel macht deutlich, wie der Variationskoeffizient dazu dienen kann, den Begriff der Standardabweichung besser zu verstehen.

Der Variationskoeffizient kann auch bei den Geschwindigkeiten der Planeten angewendet werden. Die Standardabweichung beträgt 21,404 km/s beziehungsweise 21404 m/s. Somit ist die letztgenannte Standardabweichung 1000 Mal größer als die Erstgenannte. Obwohl sich die Mittelwerte im gleichen Maße unterscheiden, sind die Variationskoeffizienten gleich, nämlich 0,669.

3 Fazit

Zusammenfassend kann das Folgende gesagt werden: Der Mittelwert und die Standardabweichung sind wichtige Kenngrößen. Für die Lernenden ist es schwierig, den Begriff der Standardabweichung zu verstehen. Lehrende sollten in Statistikkursen, die der Beschreibenden Statistik gewidmet sind, das Konzept des Variationskoeffizienten in ihren Kursen mit einbeziehen.

Auf diese Weise haben Lernende eine größere Chance, die Bedeutung der Standardabweichung zu verstehen, da der Variationskoeffizient einen expliziten Zusammenhang zwischen der Standardabweichung und dem Mittelwert herstellt.

Literatur

- Fisher, R. A. (1925). *Statistical Methods for Research Workers on the Development of the Science of Statistics*. Edingburgh: Oliver and Boyd.
- Yadav, R., Upadhyaya, L. N., Singh, H. P., Chatterjee, S. (2013). A general procedure of estimating the population variance when coefficient of variation of an auxiliary variable is known in sample surveys. *Quality & Quantity: International Journal of Methodology*, **47**(4), 2331–2339. DOI: 10.1007/s11135-012-9659-6
- Yates, F. (1951). The influence of statistical methods for research workers on the development of the science of statistics. *Journal of the American Statistical Association*, **46**(253), 19–34. DOI: 10.2307/2280090

Anschrift der Verfasser

David Trafimow
Departement of Psychology, New Mexico State
University, Las Cruces, NM, USA
dtrafimo@nmsu.edu